Mirar profesionalmente el aprendizaje de las matemáticas

Un ejemplo en el dominio de la generalización*

Ceneida Fernández Verdú
Universidad de Alicante

Gloria Sánchez-Matamoros
Universidad de Sevilla

Una de las competencias del profesor de matemáticas es mirar profesionalmente la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este trabajo se presentan las características de esta competencia docente a partir de lo que los estudiantes para profesor pueden reconocer como evidencias de la progresión conceptual del proceso de generalización.

Palabras clave: *mirada profesional, trayectoria de aprendizaje, generalización lineal, aprendizaje del profesor.*

Looking at mathematics learning professionally: An example of mastering generalisations
One of the competences of mathematics teachers is to look at mathematics teaching and learning professionally. This paper sets out the characteristics of this competence based on what trainee teachers can recognise as evidence of conceptual progression in the process of generalisation.

Keywords: *professional insight, learning pathway, linear generalisation, teacher's learning.*

Mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes

Las investigaciones sobre el desarrollo profesional del profesor de matemáticas han subrayado la importancia de la competencia docente, una mirada profesional de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Mason, 2002). Esta competencia ha sido conceptualizada por diversos autores, pero la idea común que subyace es interpretar situaciones complejas en el contexto del aula. Mason (2002) indica algunas características de esta competencia docente:

1. Identificar lo que puede ser considerado relevante teniendo en cuenta un cierto objetivo que guía la observación.
2. Describir los aspectos observados.
3. Reconocer posibles alternativas de acción.
4. Validar lo observado intentando que los otros reconozcan lo que ha sido descrito o sugerido.

Identificar lo que puede ser relevante para el aprendizaje de la matemáticas en una situación de aula conlleva usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula, y realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje (Van Es y Sherin, 2002).

Esta conceptualización de esta competencia docente pone de manifiesto la importancia de los referentes que debe tener un profesor para ser

Identificar lo que puede ser relevante para el aprendizaje de las matemáticas conlleva usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula y realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza-aprendizaje

capaz de identificar lo que es relevante frente a lo que no lo es, y dotarlo de sentido desde una determinada perspectiva (interpretar). Esto pone de relieve el papel que puede desempeñar el conocimiento de matemáticas y de didáctica de las matemáticas de los profesores para desencadenar con éxito estos dos mecanismos cognitivos, identificar e interpretar. Lo que es importante desde esta perspectiva, en el caso de la competencia de mirar profesionalmente el aprendizaje de las matemáticas, es el papel que debe desempeñar el conocimiento que las investigaciones han podido reunir sobre las características de cómo los estudiantes progresan conceptualmente en su comprensión de los conceptos y procesos matemáticos. Este es el sentido que se da cuando se indica que mirar profesionalmente implica realizar conexiones entre los sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales. Esta conexión pone de relieve el papel del conocimiento de matemáticas para enseñar y del conocimiento sobre los estudiantes que debe poseer un profesor, desde la perspectiva de conocer y saber usar el conocimiento en situaciones específicas (Llinares, 2009). El indicar como una característica de la competencia docente el ser capaz de relacionar las evidencias del aula con ideas más generales que subyacen a la idea de interpretar y dar sentido a lo que se observa conlleva la idea de que la enseñanza es una profesión.

Las investigaciones están mostrando que esta competencia se puede desarrollar en los programas de formación de profesores. Una característica del desarrollo de esta competencia en los estudiantes para profesor se pone de manifiesto cuando estos, ante situaciones de aula específicas, se trasladan desde descripciones de lo que ven a respuestas más analíticas que consideren evidencias en relación a ideas y conocimiento de didáctica de las matemáticas centrado en las características de cómo los estudiantes llegan a comprender las matemáticas que están aprendiendo (Llinares, 2013).

Una particularización de esta situación se da cuando los futuros profesores describen las estrategias seguidas por los estudiantes identificando los elementos matemáticos importantes; interpretan la comprensión de los estudiantes evidenciándola desde estas estrategias, y, posteriormente, pudiendo llegar a tomar decisiones de acción para ayudar al estudiante a progresar en su comprensión (Jacobs, Lamb y Phillipp, 2010). Esta manera de entender la competencia *mirar profesionalmente* subraya el hecho de que la interpretación es una manera de entender cómo el profesor usa su conocimiento en la realización de las tareas profesionales (Llinares, 2012). En este caso en particular, en la tarea profesional de reconocer evidencias de la comprensión matemática de los estudiantes para tomar decisiones de acción pertinentes, centradas en que los estudiantes progresen en su comprensión.

Aprender a mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes y las trayectorias de aprendizaje

La referencia a la conexión entre las evidencias de los sucesos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y el conocimiento que hayan podido reunir las investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas, que da forma a la idea de interpretación desde un punto de vista profesional (es decir, la enseñanza de las matemáticas es una profesión porque existe un conocimiento especifico que es necesario para realizar con éxito las actividades que la conforman), hace explícita la necesidad de considerar referencias que puedan usar los profesores para interpretar las evidencias del aula. Una idea importante que se vincula a esta situación es la de *trayectoria de aprendizaje* de conceptos y procesos matemáticos específicos.

Una trayectoria de aprendizaje aporta información sobre cómo los aprendices progresan desde formas de pensar menos sofisticadas a más sofisticadas. En educación matemática existen muchas definiciones de trayectoria de aprendizaje (Clements y Saraman, 2004, 2009; Simon, 1995). Nosotros vamos a entender por trayectoria de aprendizaje un camino hipotético por el que los aprendices pueden progresar en su aprendizaje con información generada desde los resultados de las investigaciones sobre cómo los estudiantes aprenden matemáticas. Para que el profesor pueda ayudar al estudiante a progresar desde una posición inicial hacia un conocimiento más sofisticado, es clave llegar a identificar las transiciones que son esenciales para el progreso de los estudiantes. Esta idea pone de relieve que el conocimiento de los futuros profesores de las trayectorias de aprendizaje y de las transiciones críticas que son esenciales para el progreso de los estudiantes se convierte en un conocimiento sobre el aprendizaje de los estudiantes que forma parte del conocimiento de matemáticas para enseñar; conocimiento especializado para realizar las actividades vinculadas a la enseñanza de las matemáticas. Este conocimiento es el que funciona como referente para poder reconocer evidencias de la comprensión matemática de los estudiantes, para interpretar dichas evidencias y, finalmente, para seleccionar las tareas que pueden apoyar el desarrollo cognitivo de los aprendices. Como consecuencia, para cada dominio matemático, se deben identificar las características de la comprensión matemática de los estudiantes en forma de trayectoria de aprendizaje. En el apartado siguiente, mostramos lo que puede significar esta competencia en el dominio específico de la generalización lineal.

> Para que el profesor pueda ayudar al estudiante a progresar hacia un conocimiento más sofisticado, es clave llegar a identificar las transiciones que son esenciales para el progreso de los estudiantes

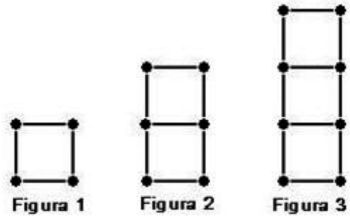
Una trayectoria de aprendizaje de la generalización lineal

Los problemas de generalización lineal son problemas de sucesiones de figuras donde la regla que relaciona la posición de un término con el número de elementos que componen la figura es una función afín, $f(n) = an + b$, con $b \neq 0$. Un ejemplo de este tipo de problemas lo mostramos en la imagen 1 (Callejo y Zapatera, 2014).

En estos problemas, las cuestiones que pueden ser resueltas paso a paso a través de un dibujo, o contando, son cuestiones de generalización cercana (cuestiones 1 y 2 del problema de la imagen 1), y las que difícilmente pueden resolverse paso a paso, por ejemplo, obtener el término 100 de una sucesión, son de generalización lejana (cuestión 3 de la imagen 1, en la página siguiente) (Stacey, 1989). Además, en el problema que mostramos como ejemplo en la imagen 1, las cuestio-

Problema 1

Las tres figuras siguientes son los primeros términos de una sucesión donde los cuadrados están formados por puntos (bolas) y segmentos (palos):



1. ¿Cuántos palos y bolas se necesitan para construir la figura 4?
2. ¿Cuántos palos y bolas se necesitan para construir la figura 6?
3. ¿Cuántos palos y bolas se necesitan para construir la figura 20?
4. Busca una regla general que relacione el número de la figura y el número de bolas.
5. Busca una regla general que relacione el número de la figura y el número de palos.

Imagen 1. Problema de generalización lineal

nes 4 y 5 piden expresar la regla general, ya sea en forma verbal o algebraica.

Las estrategias utilizadas en estos problemas por los estudiantes de educación secundaria se apoyan en diferentes niveles de desarrollo de la comprensión de estos sobre cómo manejar la generalidad y de qué manera poder dar cuenta de ella de manera simbólica, apoyada en el reconocimiento de las relaciones funcionales o inductivas del patrón de crecimiento representado. Las estrategias usadas por los estudiantes que ponen de manifiesto estos diferentes niveles de desarrollo son:

- *Estrategias aditivas o recursivas,* en las que el estudiante observa una relación escalar: cada término aumenta en una diferencia constante
- *Estrategias funcionales*, donde el estudiante identifica la relación existente entre el lugar que ocupa un término específico de la sucesión o un término cualquiera y el número de elementos que lo componen. Cuando el estudiante identifica el patrón funcional y lo intenta representar descomponiendo la figura en partes para calcular el número de elementos que la forman, denominamos a esta estrategia *método directo* (English y Warren, 1998; Stacey, 1989). Sin embargo, otro tipo de estrategia utilizada ampliamente por los estudiantes es el *razonamiento proporcional,* usando la relación $f(n) = dn$, siendo d la diferencia entre términos consecutivos, este tipo de estrategia es incorrecta cuando la relación no es lineal (del tipo $f(x) = ax + b$ con $b \neq 0$).

Radford (2008) considera que el proceso de generalización en tareas de identificar patrones en una sucesión implica: tomar conciencia de una propiedad común, generalizar dicha propiedad a todos los términos de la sucesión y usar esa propiedad común a fin de encontrar una regla que permita calcular directamente cualquier término de la sucesión. Las investigaciones sobre cómo los estudiantes llegan a usar estas características proporcionan información para generar trayectorias de aprendizaje del proceso de generalización que los profesores pueden tener en cuenta. Así, por ejemplo, García-Cruz y Martinón (1998) identificaron tres niveles de la comprensión de la generalización en estudiantes de secundaria, cuando resuelven problemas de generalización lineal, que venían evidenciados por:

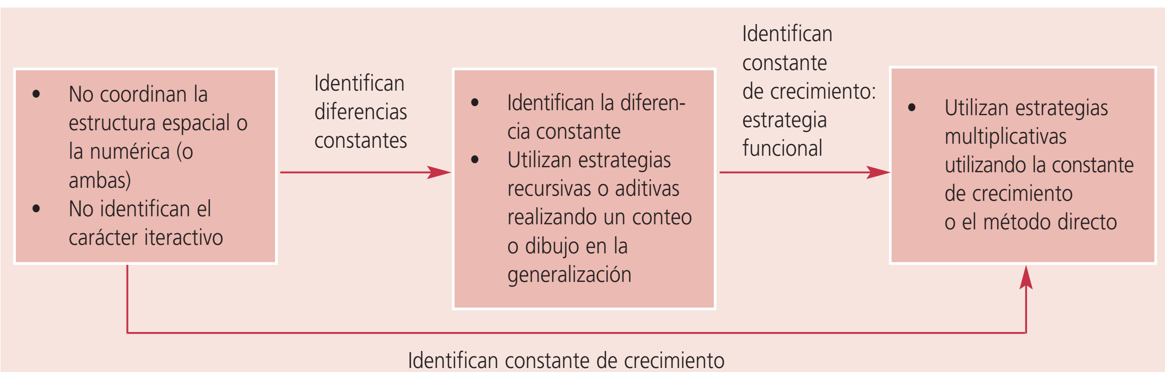
- Realizar una *actividad procedimental,* caracterizada por que los estudiantes reconocen el carácter iterativo o recursivo del modelo lineal, lo que se traduce en hacer un recuento o añadir la diferencia constante.
- Realizar una *generalización local,* caracterizada por que los estudiantes hacen uso de una regla para realizar un cálculo específico
- Realizar una *generalización global* cuando los estudiantes transforman la regla usada en tareas anteriores en un objeto que se aplica en nuevas situaciones.

Teniendo en cuenta la caracterización de Radford (2008) y los niveles de generalización propuestos por García-Cruz y Martinón (1998), es posible definir una trayectoria de aprendizaje para los estudiantes de secundaria del proceso de generalización lineal. En esta trayectoria, en un primer momento, los estudiantes no coordinan la estructura espacial o la numérica (o ambas) y no son capaces de identificar una propiedad común y, por tanto, no reconocen el carácter iterativo o recursivo del modelo lineal. En un segundo momento, los estudiantes podrían utilizar estrategias recursivas o aditivas en los apartados de generalización cercana y lejana, realizando un conteo o dibujo e identificando la diferencia constante. Por último, los estudiantes pasan de la estrategia aditiva a la multiplicativa (estrategia funcional) identificando la constante de crecimiento o utilizando un método directo mediante la descomposición de la figura.

En esta trayectoria de aprendizaje representada en el cuadro 1, hay dos transiciones críticas:

1. La identificación de una propiedad común (ya sea la diferencia constante o la constante de crecimiento)
2. El paso de una estrategia recursiva a una estrategia funcional (por tanto, el paso de las estrategias aditivas a las multiplicativas).

En la trayectoria de aprendizaje de la generalización lineal existen dos transiciones críticas: la identificación de una propiedad común y el paso de una estrategia recursiva a una estrategia funcional



Cuadro 1. Trayectoria de aprendizaje definida

Esta trayectoria de aprendizaje, síntesis del conocimiento proporcionado por las investigaciones sobre la progresión conceptual de los estudiantes de educación secundaria, relativa a su comprensión de los procesos de generalización lineal, es el referente para los procesos de identificación e interpretación de las evidencias de la comprensión de los estudiantes.

A continuación, se describen algunas características del desarrollo de la competencia docente del profesor relativa a mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza centrada en este dominio.

Cómo muestran los futuros profesores evidencias de la comprensión del proceso de generalización en los estudiantes de secundaria

A un grupo de estudiantes para profesor se le presentó una tarea formada por la respuesta de cinco estudiantes de educación secundaria a un problema de generalización lineal (problema de la imagen 1) (figura 3).

El hecho de presentar en la tarea las respuestas de varios estudiantes tiene como objetivo ayudar a los futuros profesores a identificar las diferentes características de la trayectoria de aprendizaje y las transiciones críticas en esa trayectoria.

Los futuros profesores debían contestar a dos cuestiones que inciden en las destrezas de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Describe cómo cada estudiante resuelve el problema identificando elementos matemáticos del proceso de generalización e identificando dificultades.
- Identifica características de la comprensión del proceso de generalización en cada uno de los estudiantes.

La primera cuestión incide en que los futuros profesores describan de manera detallada (identificando las estrategias y elementos matemáticos importantes del proceso de generalización) las respuestas de los estudiantes. La segunda cuestión incide en que los futuros profesores identifiquen características de la comprensión.

Las respuestas de los estudiantes de secundaria presentan características que son diferentes evidencias del desarrollo conceptual de los estudiantes en relación a la comprensión de la generalización lineal (imagen 2):

- Carlos no coordina ni la estructura espacial ni la numérica (primer momento de la trayectoria).
- Daniel utiliza un método recursivo para la generalización cercana usando este mismo método en la generalización lejana sin tener éxito en la búsqueda de la regla general (segundo momento de la trayectoria).
- Fernando utiliza un método recursivo en la generalización cercana e intenta encontrar una relación funcional para la generalización lejana sin éxito, aplicando una estrategia incorrecta basada en el razonamiento proporcional (una de las dificultades identificadas en la literatura).
- Beatriz y Elena pasan de una estrategia recursiva a una funcional en la generalización cercana. Beatriz identifica la constante de crecimiento y Elena utiliza un método directo basado en la descomposición de la figura (tercer momento de la trayectoria).

Algunos estudiantes para profesor proporcionan comentarios generales para describir la

Problema 1

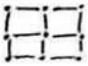
Las tres figuras siguientes son los primeros términos de una sucesión donde los cuadrados están formados por puntos (bolas) y segmentos (palos):

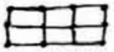
Figura 1 Figura 2 Figura 3

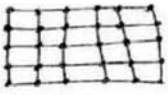
1. ¿Cuántos palos y bolas se necesitan para construir la figura 4?
2. ¿Cuántos palos y bolas se necesitan para construir la figura 6?
3. ¿Cuántos palos y bolas se necesitan para construir la figura 20?
4. Busca una regla general que relacione el número de la figura y el número de bolas.

Busca una regla general que relacione el número de la figura y el número de palos.

Respuesta de Carlos

1. 9 bolas y 12 palos 

2. 12 bolas y 17 palos 

3. 30 bolas y 49 palos 

4. Cada 4 bolas es un cuadrado

5. Cada 4 palos es un cuadrado

Explica brevemente con tus palabras el razonamiento que has seguido.

He ido añadiendo bolas y palos hasta conseguir los cuadrados que quería.

Respuesta de Daniel

4+3+3+3 = 13 palos
4+2+2+2 = 10 bolas

4+3+3+3+3+3 = 19 palos
4+2+2+2+2+2 = 14 bolas

4+3+3+3+3+3+3+3+3
+3+3+3+3+3+3+3+3
+3+3+3+3+3+3 = 61 palos

4+2+2+2+2+2+2
+2+2+2+2+2+2+2
+2+2+2+2+2+2+2 =
= 42 bolas

Explica brevemente con tus palabras el razonamiento que has seguido.

El primer cuadrado tiene 4 bolas y los otros dos bolas más cada uno
El primer cuadrado tiene 4 palos y los otros 3 palos más cada uno

Respuesta de Fernando

① Bolas → 8+2 = 10 bolas Palos → 10+3 = 13 palos
② bolas → 10+2+2 = 14 bolas Palos → 13+3+3 = 19 pa
③ 2ª figura → 6 bolas
20ª figura → x } $x = \frac{20 \cdot 6}{2} = 60$ bolas

2ª figura → 7 palos
20ª figura → x } $x = \frac{20 \cdot 7}{2} = 70$ palos

④

⑤

Explica brevemente con tus palabras el razonamiento que has seguido.

Lo primero que hecho ha sido sumar 2 bolas y 3 palos por cada cuadrado que me pedían, luego me he dado cuenta que con una regla de tres también se podía hacer

Respuesta de Beatriz

① 4+2+2+2 = 10 bolas ② 4+5·2 = 14 bolas
4+5·3 = 19 palos

③ 4+19·2 = 42 bolas
4+19·3 = 61 palos

④ 4+ (x−1)·2 ⑤ 4 + (x−1)·3

Explica brevemente con tus palabras el razonamiento que has seguido.

He sumado a las 4 bolas del primer cuadrado, 2 bolas por cada cuadrado.
He sumado a los 4 palos del primer cuadrado, 3 palos por cada cuadrado.

Respuesta de Elena

1. 8 + 2 = 10 bolas
10 + 3 = 13 palos

2. 8 + 2 + 2 + 2 = 14 bolas
10 + 3 + 3 + 3 = 19 palos

3. 

20 × 4 − 19 = 80 − 19 = 61 palos

21×2 = 42 bolas

5. número de palos
4·n − (n − 1)

4. número de bolas
2·(n+1)

Explica brevemente con tus palabras el razonamiento que has seguido.

En el primer y segundo apartado he sumado las bolas o los palos que se añaden.
En el tercer apartado he calculado los palos que tienen 20 cuadrados y luego he restado las que he contado dos veces
Para calcular las bolas he multiplicado 2 por 21 filas de 2 bolas

Imagen 2. Tarea

comprensión de los estudiantes solo teniendo en cuenta si el estudiante de secundaria ha llegado a una fórmula general (respuestas de Beatriz y Elena) o no (respuestas de Daniel, Carlos y Fernando). Un ejemplo de una respuesta de este tipo seria la siguiente:[1]

> *Beatriz y Elena generalizan correctamente. Daniel, Carlos y Fernando* intuyen la idea de generalización en sus explicaciones pero *se equivocan al observar cuál es el patrón de crecimiento.*

Otros estudiantes para profesor realizan simplemente una descripción de las respuestas sin realizar inferencias sobre la comprensión del estudiante del proceso de generalización.

Por ejemplo algunos de ellos identifican si los estudiantes han reconocido el carácter recursivo del modelo lineal (Elena, Beatriz, Daniel y Fernando) o si no lo han reconocido (Carlos):

> *Elena, Beatriz, Daniel y Fernando* intentan averiguar de dónde partimos y, a partir de ahí, *intentan averiguar el número de la figura con el incremento de los elementos*, es decir, realizan una adición de elementos respecto un patrón inicial.
> *Carlos tiene problemas de establecer las sucesiones de elementos.*

Sin embargo, hay estudiantes para profesor que identifican los elementos críticos (transiciones críticas en la trayectoria de aprendizaje, paso de las estrategias recursivas a las funcionales e identificación de la diferencia constante) y aportan evidencias para apoyar sus inferencias relativas a la comprensión del proceso de generalización de los estudiantes (su interpretación).

Estos futuros profesores se fijan en si los alumnos de secundaria han dado el salto de una estrategia aditiva a una funcional, aunque el intento fuese fallido o erróneo. También destacan a Carlos porque resuelve el problema sin prestar atención a la sucesión (es decir, sin tener en cuenta la estructura numérica y espacial):

> *Beatriz y Elena* resuelven correctamente el problema si son figuras que se pueden visualizar y luego *generalizan correctamente mediante una fórmula.*
> *Fernando resuelve el problema correctamente si son figuras que se pueden representar y, por tanto, observar visualmente*, pero, a la hora de generalizar, no presta atención a que en el problema hay palos y bolas comunes para todas las figuras; en consecuencia, hay elementos contados dos veces, es decir, *no llega a generalizar correctamente.*
> *Daniel y Carlos no intentan generalizar* a través de ninguna fórmula. *Carlos resuelve el problema sin prestar atención a que es una sucesión* y, en consecuencia, hace cosas sin sentido. Daniel resuelve el problema correctamente si son figuras que se pueden representar y, por tanto, observa visualmente.
> Considero que *la diferencia entre Daniel-Carlos y Fernando es que este último al menos ha intentado generalizar aunque no haya tenido éxito.*

Comentarios finales

Las investigaciones están mostrando que el desarrollo de la competencia docente «mirar profesionalmente» el pensamiento matemático de los estudiantes en relación a la comprensión de la generalización lineal no es uniforme y depende

El desarrollo de la competencia docente «mirar profesionalmente» el pensamiento matemático de los estudiantes en relación a la comprensión de la generalización lineal no es uniforme y depende de la manera en la que los elementos matemáticos clave son usados para describir las estrategias utilizadas

de la manera en la que los elementos matemáticos clave (transiciones) que configuran la trayectoria de aprendizaje del tópico específico son usados para describir las estrategias utilizadas por los estudiantes.

Actividades específicas, como la mostrada anteriormente, pueden ser empleadas en los entornos de aprendizaje diseñados para los programas de formación que tienen como objetivo el desarrollo de esta competencia.

Estas actividades permiten a los futuros profesores centrarse en las características de la trayectoria de aprendizaje y en los elementos críticos de las transiciones como elementos significativos para reconocer evidencias en las actividades de los estudiantes que puedan ser consideradas relevantes para realizar inferencias en relación a su comprensión.

Notas

* Agradecimientos: Esta investigación ha recibido el apoyo del Proyecto I+D+i EDU2011-27288 del Ministerio de Ciencia e Innovación de España y del Proyecto para grupos de investigación emergentes GV/2014/075 de la Conselleria de Educación, Cultura y Deporte de la Generalitat Valenciana.

1. Las cursivas son nuestras.

Referencias bibliográficas

CALLEJO, M.L.; ZAPATERA, A. (2014): «Flexibilidad en la resolución de problemas de identificación de patrones lineales en estudiantes de educación secundaria». *BOLEMA*, vol. 28(48), pp. 64-88.

CLEMENTS, D.; SARAMA, J. (2004): «Learning trajectories in mathematics education». *Mathematical Thinking and Learning*, vol. 6(2), pp. 81-89.

CLEMENTS, D.H.; SARAMA, J. (2009): *Learning and teaching early math.* Nueva York. Routledge.

ENGLISH, L.D.; WARREN, E.A. (1998): «Introducing the variable through pattern exploration». *Mathematics Teacher,* vol. 91(2), pp. 166-170

GARCÍA-CRUZ, J.A.; MARTINÓN, A. (1999): «Estrategia visual en la generalización de pautas lineales». *Enseñanza de las Ciencias,* vol. 17(1), pp. 31-43.

JACOBS, V.R.; LAMB, L.C.; PHILIPP, R.A. (2010): «Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*», núm. 41, pp. 169-202.

LLINARES, S. (2009): «Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación». *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas,* núm. 51, pp. 92-101.

— (2012): «Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemática en entornos en línea». *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, núm. 2, pp. 53-70.

— (2013): «El desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas». *Educar em Revista,* núm. 50, pp. 117-133.

MASON, J. (2002): *Researching your own practice.* Londres. Routledge-Falmer.

RADFORD, L. (2008): «Iconicity and construction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts». *ZDM Mathematics Education,* núm. 40, pp. 83-96.

SIMON, M.A. (1995): «Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective». *Journal for Research in Mathematics Education,* vol. 26(2), 114–145.

STACEY, K. (1989): «Finding and using patterns in linear generalizing problems». *Educational Studies in Mathematics,* vol. 20(2), pp. 147-164.

VAN ES, E.; SHERIN, M.G. (2002): «Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions». *Journal of Technology and Teacher Education,* vol. 10(4), pp. 571-596.

Referencias de las autoras

Ceneida Fernández Verdú
Universidad de Alicante
ceneida.fernandez@ua.es
Líneas de trabajo: formación del profesorado, aprendizaje del profesorado, pensamiento numérico y algebraico.

Gloria Sánchez-Matamoros García
Universidad de Sevilla
gsanchezmatamoros@us.es
Líneas de trabajo: formación del profesorado, aprendizaje del profesorado, pensamiento matemático avanzado.

Este artículo fue solicitado por Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas en noviembre de 2014 y aceptado en enero de 2015 para su publicación.